

Московский университет им. С.Ю. Витте
Рейтинговая работа по физике

Вариант 3

Задача 1

Колесо радиуса 0,1 м вращается так, что зависимость угловой скорости от времени задаётся уравнением $\omega = 2A \cdot t + 5B \cdot t^4$; ($A = 2 \text{ рад/с}^2$ и $B = 1 \text{ рад/с}^5$). Чему равны: полное ускорение точек обода колеса через 1 с после начала вращения и число оборотов, сделанных колесом за это время?

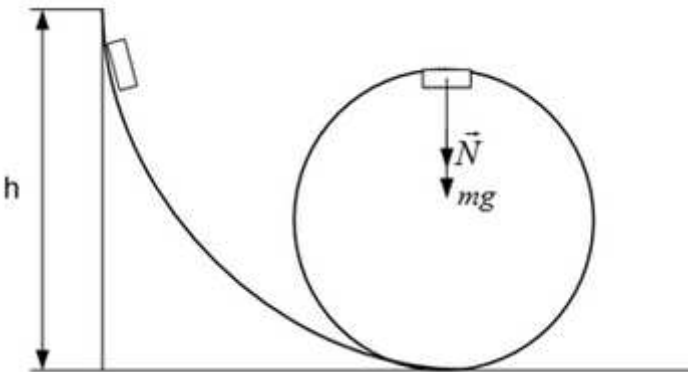
<p><i>Дано:</i></p> $\omega = 2At + 5Bt^4$ $A = 2 \text{ рад/с}^2$ $B = 1 \text{ рад/с}^5$ $t = 1 \text{ с}$ $R = 0.1 \text{ м}$	<p><i>Решение:</i></p> <p>1. Вычислим угловую скорость колеса в момент времени 1 секунда:</p> $\omega(1) = 2 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot 1^4 = 9 \text{ рад/с}.$ <p>Угловая скорость связана с частотой вращения соотношением:</p> $\omega = 2\pi n, \text{ откуда } n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9}{2\pi} = 1.43 \text{ об/с}.$ <p>Соответственно за 1 секунду колесо сделало 1.43 оборота.</p> <p>2. Угловое ускорение точки:</p> $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2A + 20Bt^3.$ <p>Тангенциальное ускорение $a_\tau = \varepsilon R = 2AR + 20BRt^3$.</p> <p>Нормальное ускорение колеса, учитывая связь линейной и угловой скоростей ($v = \omega R$), имеет вид:</p> $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$ <p>В момент времени 1 секунда имеем:</p> $a_\tau(1) = 2 \cdot 2 \cdot 0.1 + 20 \cdot 1 \cdot 0.1 \cdot 1^3 = 2.4 \text{ м/с}^2,$ $a_n(1) = 9^2 \cdot 0.1 = 8.1 \text{ м/с}^2.$ <p>Полное ускорение является геометрической суммой ускорений:</p>
<p><i>Найти:</i></p> $a - ? \quad N - ?$	

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{8.1^2 + 2.4^2} \approx 8.45 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 8.45 \text{ м/с}^2$, $N = 1.43 \text{ об.}$

Задача 2

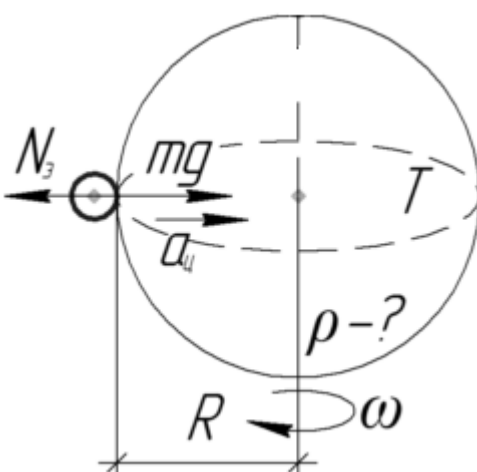
Чему равна наименьшая высота, с которой должна скатываться тележка с человеком по жёлобу, переходящему в петлю радиусом 10 м, чтобы она сделала полную петлю и не выпала из жёлоба.

<p>Дано: $R = 10 \text{ м}$</p>	<p style="text-align: right;"><i>Решение:</i></p>  <p>В верхней точке движения по петле на тело действует сила тяжести mg и сила реакции опоры N. Сумма этих сил вызывает центростремительное ускорение:</p> $mg + N = ma_{\text{цс}} = \frac{mv^2}{R}. \quad (1)$ <p>Минимальная скорость движения должна быть такой, чтобы сила реакции опоры равнялась нулю, тогда:</p> $mg = \frac{mv^2}{R}, \text{ откуда } v^2 = gR. \quad (2)$ <p>Запишем закон сохранения механической энергии и найдем из него требуемую высоту:</p> $mgh = \frac{mv^2}{2} + mg \cdot 2R. \quad (3)$ <p>С учетом (2) получим:</p> $gh = \frac{gR}{2} + g \cdot 2R$ $h = \frac{R}{2} + 2R = \frac{5R}{2}.$ <p>Подставляем значения: $h = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25 \text{ м}.$</p>
--	---

	<i>Ответ: $h = 25$ м.</i>
--	--------------------------------------

Задача 3

Плотность вещества некоторой шарообразной планеты составляет 3 г/см^3 .
 Каким должен быть период обращения планеты вокруг собственной оси, чтобы на её экваторе тела были невесомыми.

<p><i>Дано:</i> $\rho = 3 \text{ г/см}^3 =$ 3000 кг/м^3</p>	<p style="text-align: center;"><i>Решение:</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Тело на экваторе вращается вместе с планетой по окружности радиуса R (радиус планеты). Применим второй закон Ньютона:</p> $mg - N_3 = ma_{\text{ц}}. \quad (1)$ <p>По третьему закону Ньютона сила реакции опоры (N_3) равна весу тела и равна 0 (P_3). Эти силы равны по величине, но противоположны по направлению и приложены к разным телам. С учетом этого запишем равенство (1) в виде:</p> $P_3 = mg - ma_{\text{ц}} \text{ или } g = a_{\text{ц}}. \quad (2)$ <p>Выразим ускорение свободного падения через плотность планеты и ее радиус:</p> $g = \frac{GM}{R^2} \quad (3)$ $M = \rho V \quad (4)$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (5)$ <p>Подставив (5) в (4), а полученное в (3), получим:</p>
---	---

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G\rho V}{R^2} = \frac{G\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho R. \quad (6)$$

Чтобы выразить центростремительное ускорение $a_{\text{цс}}$ через период вращения планеты T запишем такие формулы: формулу определения ускорения $a_{\text{цс}}$ через угловую скорость ω и формулу связи последней с периодом вращения T :

$$a_{\text{цс}} = \omega^2 R \quad (7)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (8)$$

В итоге $a_{\text{цс}} = \frac{4\pi^2}{T^2} R. \quad (9)$

Подставим выражения (6) и (9) в ранее полученное равенство (2):

$$g = \frac{4}{3}\pi G\rho R = \frac{4\pi^2}{T^2} R, \text{ откуда } T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\frac{4}{3}\pi G\rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}.$$

Подставляем значения: $T = \sqrt{\frac{3 \cdot 3.14}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 3000}} \approx 6.86 \cdot 10^3 \text{ с}$

или 1 час 54 мин.

Ответ: $T = 6.86 \cdot 10^3 \text{ с}$ или 1 час 54 мин.

Задача 4

Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином ($\epsilon = 2$). Расстояние между пластинами $d = 8,85$ мм. Какую разность потенциалов необходимо подать на пластины, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на парафине составляла $0,05$ нКл/см².

<p><i>Дано:</i> $d = 8.85 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ $\epsilon = 2$ $\sigma = 0.05 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$</p>	<p style="text-align: center;"><i>Решение:</i></p> <p>Диэлектрическая пластина находится в однородном внешнем электрическом поле, которое создается сторонними зарядами с поверхностной плотностью заряда. Под действием внешнего поля индуцируется связанный заряд с поверхностной плотностью σ. Образование поляризованных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля, направленного против внешнего.</p> $E = E_0 - E_1. \quad (1)$ <p>Таким образом, если диэлектрик находится во внешнем поле, то внутри диэлектрика поле ослабляется, но полностью не исчезает.</p> <p>Дополнительное поле, может быть рассчитано как поле плоского конденсатора, на обкладках которого находятся заряды $(+q)$ и $(-q)$.</p> $E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (2)$ $E_0 = \frac{U}{d} \cdot \epsilon \quad (3)$ $E = \frac{U}{d} \quad (4)$ <p>В результате, подставляя (2)-(4) в (1), получим:</p> $\frac{U}{d} = \frac{U}{d} \cdot \epsilon - \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \text{ откуда } \frac{U}{d} - \frac{U}{d} \cdot \epsilon = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ $U(1 - \epsilon) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d \text{ и } U = \frac{\sigma d}{\epsilon_0(\epsilon - 1)}.$
<p><i>Найти:</i> $U - ?$</p>	

Подставляем значения:

$$U = \frac{0.05 \cdot 10^{-5} \text{ Кл} / \text{ м}^2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} / \text{ м} \cdot (2 - 1)} = 500 \text{ В} .$$

Ответ: $U = 500 \text{ В} .$

Задача 5

Как включаются автоматы, отключающие при перегрузках электрическую сеть квартиры, последовательно или параллельно электрическим приборам, включаемым в квартире.

Решение:

Автоматы, отключающие при перегрузках электрическую сеть квартиры, включаются **последовательно**.

При последовательном соединении сила тока во всех участках цепи одинаковая. При увеличении силы тока до критических значений автомат отключает данную ветку цепи и тем самым сохраняет остальную цепь от повреждений.